построить эффективно работающие численные алгоритмы. Разработке численных методов для линейных задач оптимального управления посвящен целый ряд работ. Следует, однако, заметить,что в большинстве опубликованных работ исследуется только сходимость методов и задается какой-то критерий остановки вычислений, который обеспечивает "близость" вычисляемых величин искомым, но не гарантирует заданной точности. Обычно используемые численные алгоритмы требуют численного решения некоторых задач из теории дифференциальных уравнений, линейной алгебры и т.д. Однако вычислительные погрешности решения этих вспомогательных задач могут оказаться весьма значительными, поэтому большой интерес представляют такие численные методы, для которых удается получить оценку точности вычислений с учетом вычислительных погрешностей. Данный доклад как раз и посвящен численным методам, решающим линейные задачи оптимального управления с интегральным функционалом качества с заданной точностью и с учетом вычислительных погрешностей [1].

Список литературы

1. *Самсонов С.П.* Численный метод решения линейных задач оптимального управления с заданной точностью // Проблемы динамического управления. 2009. № 4. С. 156–158.

A method for calculation of program package elements for singular clusters*

Nikita Strelkovskii[a], **Sergey Orlov**[b]

[a]*International Institute for Applied Systems Analysis, Laxenburg, Austria*
[b]*Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*
strelkon@iiasa.ac.at, sergey.orlov@cs.msu.ru

For a linear controlled dynamic system a fixed-time problem of package guidance on a convex and closed set [1] is considered. A (program) package is a family of open-loop controls having their values in the predefined convex compact, parametrised by admissible initial states from a predefined finite

*Supported by the Russian Science Foundation under grant 14-11-00539.

set and satisfying the non-anticipatory condition for the linear observations of the system

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + c(t), \quad x(t_0) = x_0, \;\; u(t) \in P, \;\; t \in [t_0, \vartheta]. \tag{1}$$

These observations, in general, do not give the full information about the exact initial state of the system. The solvability criterion of this problem comprises a finite-dimensional problem of maximisation of the concave function over a convex compact set [2] which can be solved with standard optimisation methods. If the problem is solvable, the modified method of successive approximations can be used for calculation of the program package elements. However, this method can be applied only to regular clusters of the initial states set.

Definition. A cluster of initial states $X_{0j}(\tau_k)$, $j = 1, \ldots, J$, is called regular when the left-hand side of the minimum condition is non-zero for the entire $[\tau_{k-1}, \tau_k]$, i.e.

$$\sum_{x_0 \in X_{0j}(\tau_k)} B^{\mathrm{T}}(t) F^{\mathrm{T}}(\vartheta, t) l^*_{x_0} \neq 0, \qquad t \in [\tau_{k-1}, \tau_k);$$

here τ_k, $k = 1, \ldots, K$, are the uniform signal (which corresponds to the cluster $X_{0j}(\tau_k)$) splitting moments, $l^*_{x_0}$ are support vectors for the corresponding initial state x_0 and $F(\vartheta, t)$, $t \in [t_0, \vartheta]$, is the matricant of system (1). Clusters which are not regular are called singular.

For calculation of the program package elements for singular clusters, a modification of the method for singular controls [3] is proposed.

First, the elements of the program package are calculated for all regular clusters. Then an integral equation of the form

$$\int_{T_{x_0}} f(t) u_{x_0}(t)\, dt = z_{x_0},$$

where T_{x_0} is the union of all time segments where an initial point x_0 belongs to any singular cluster, $f(t)$ is a known measurable vector-function and z_{x_0} is a known vector, is solved for all initial states x_0 belonging to a singular cluster using the method from [4].

After a maximum of $m \times n$ steps (where m is a number of initial states in singular clusters and n is the dimension of system (1)) the elements of the guiding program package are calculated.

References

1. *Kryazhimskiy A.V., Osipov Yu.S.* On the solvability of problems of guaranteeing control for partially observable linear dynamical systems // Proc. Steklov Inst. Math. 2012. V. 277. P. 144–159.
2. *Kryazhimskiy A.V., Strelkovskii N.V.* An open-loop criterion for the solvability of a closed-loop guidance problem with incomplete information. Linear control systems // Trudy IMM UrO RAN. 2014. V. 20. N 3. P. 132–147.
3. *Gabasov R.F., Kirillova F.M.* Linear systems optimisation. Functional analysis methods. Minsk: Izd. BGU. 1973. 248 p.
4. *Gindes V.B.* Singular control in optimal systems // Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Mat. 1967. N 7. P. 34–42.

Сопряженные переменные в задачах динамической реконструкции (Adjoint variables in dynamic reconstruction problems)*

Н. Н. Субботина (N. N. Subbotina)[а]**,**
Т. Б. Токманцев (T. B. Tokmantsev)[б]

[а]*Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, Екатеринбург, Россия*

[б]*Уральский федеральный университет, Екатеринбург, Россия*

subb@uran.ru, tokmancev@mail.ru

Введение. В работе предложенный ранее авторами метод решения задач реконструкции траекторий и управлений динамической системы по апостериорной зашумленной информации о реализованной фазовой траектории распространен на решение задач динамической реконструкции. Рассматриваемые модели управляемых динамических систем используются при описании динамических процессов в таких приложениях, как инженерия [4, 1, 2, 5], экономика, биология, медицина, а также в исследовании процессов технологического развития.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проекты 18-01-00264а и 17-01-00074а.